Exercice 1 Calculer une équation du lieu des points du plan dont la distance à l'origine vaut les deux tiers de leur distance à la droite $y = 5$. Déterminer la nature de ce lieu.

Exercice 2 Soit A et B deux points du plan et $p > d(A, B)$. Quel est le lieu des points P du plan tels que le périmètre du triangle ABP soit $2p$?

Exercice 3 Calculer une équation de la prabole de foyer $(1, 1)$ et dont la directrice a pour équation $(x + y + 2 = 0)$. Indiquer les coordonnées de son sommet.

Exercice 4 Donner des équations des ellipses centrées à l'origine et dont:

(a) le grand axe est 6 et un foyer est en $(2, 0)$;

(b) les axes sont 6 et 10 et les foyers sont sur (Oy);

(c) une directrice a pour équation $x = -4$ et l'excentricité est $\sqrt{2}/2$;

(d) l'excentricité est $1/2$ et $(-4, 0)$ est un foyer.

Exercice 5 Une ellipse dont l'origine est un sommet, a ses foyers en $(2, 0)$ et $(4, 0)$, où sont les autres sommets?

Exercice 6 Donner des équations des hyperboles centrées à l'origine et dont:

(a) $(2, 0)$ est un sommet et $(-4, 0)$ est un foyer;

(b) $(0, -3)$ est un sommet et $y = -2x$ une asymptote;

(c) un foyer est $(-3, 0)$ et l'excentricité$5/2$;

(d) les asymptotes sont $y = \pm x/\sqrt{3}$ et qui passe par le point $(6, -2\sqrt{2})$.

Exercice 7 Déterminer une équation de l'hyperbole dont $(0, \pm 1)$ sont les sommets et dont $(0, 2)$ est un foyer; donner des équations de ses asymptotes.

Exercice 8 On considère une hyperbole $\mathcal{H}$ de centre $C = (3, 2)$ et dont $S = (3, 0)$ est un sommet. Déterminer les foyers F et F' de $\mathcal{H}$ pour que l'une de ses asymptotes passe par l'origine.

Exercice 9 Calculer une équation de la conique de sommets $(3, \pm 2)$ dont $(3, 3)$ est un foyer.

Exercice 10 Déterminer la nature et les éléments de la courbe d'équation dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé (pour éliminer le terme en xy on chercera α de sorte que le changement de repère $x = \cos\alpha.X - \sin\alpha.Y$ et $x = \sin\alpha.X + \cos\alpha.Y$ ramène l'équation à une forme sans le terme XY):

(a) $mx^2 + 4mx + (m-1)y^2 + 2 = 0 (m \in \mathbb{R})$.

(b) $16x^2 - 24xy + 9y^2 + 35x - 20y = 0$.

(c) $x^2 + xy + y^2 = 1$.

(d) $xy + 3x + 5y - 4 = 0$.

Exercice 11 Déterminer nature et éléments des courbes données par

$$\text{(i)} \begin{cases} x = \dfrac{1}{t^2+t+1} \\ y = \dfrac{t}{t^2+t+1} \end{cases} \quad \text{(ii)} \begin{cases} x = \cos t \\ y = \cos t + \sin t \end{cases} \quad \text{(iii)} \begin{cases} x = a\dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = b\dfrac{2t}{1+t^2} \end{cases}$$

$$\text{(iv)} \begin{cases} x = \dfrac{a}{2}\left(t + \dfrac{1}{t}\right) \\ y = \dfrac{b}{2}\left(t - \dfrac{1}{t}\right) \end{cases} \quad \text{(v)} \begin{cases} x = \dfrac{a}{2}\left(t + \dfrac{1}{t}\right) \\ y = \dfrac{b}{2}\left(t - \dfrac{1}{t}\right) \end{cases}.$$

Exercice 12 Soit $\mathcal{C}$ une conique de foyer F, directrice $\mathcal{D}$, excentricité e. On considère deux points de $\mathcal{C}$, $M \neq M'$ alignés avec F. Montrer que les tangentes à $\mathcal{C}$ en M et M' se coupent sur $\mathcal{D}$ ou sont parallèles.

Exercice 13 Soit F un point, $\mathcal{D}$ une droite ne passant pas par F, et $a > \dfrac{1}{2}d(F, \mathcal{D})$. Trouver l'ensemble des points M tels que $MF + d(M, \mathcal{D}) = 2a$.

Exercice 14 Soient $\mathcal{D}$ une droite et $F \in \mathcal{D}$. Montrer que pour tout point $M \notin \mathcal{D}$, il passe exactement deux paraboles de foyer F et d'axe $\mathcal{D}$. Montrer que les tangentes à ces paraboles en M sont orthogonales.

Exercice 15 Soient O, A deux points distincts du plan. Trouver les points M tels que $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}}) \equiv 2(\widehat{\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AO}})\ [2\pi]$.

Exercice 16 Soient A, A' deux points distincts et $\mathcal{C}$ le cercle de diamètre $[A, A']$. Pour $P \in \mathcal{C}$, on construit : P' le symétrique de P par rapport à (AA'), et M le point d'intersection de (AP) et (A', P'). Quel est le lieu de M ?